

УДК 004.896

## ОБ ОДНОМ ВОПРОСЕ РЕАЛИЗАЦИИ АЛГОРИТМА ПЛАНИРОВАНИЯ ТРАЕКТОРИИ $A^*$

С.А. Дергачев (sadergachev@edu.hse.ru)  
МИЭМ им. Тихонова НИУ ВШЭ, Москва

К.С. Яковлев (kyakovlev@hse.ru)  
ФИЦ ИУ РАН, Москва  
НИУ ВШЭ, Москва  
МФТИ, Долгопрудный

**Аннотация.** В работе рассматривается задача планирования траектории агента (мобильного робота, беспилотного транспортного средства и др.) в статической среде. В мобильной робототехнике требуется получать решение этой задачи за ограниченное время, что может быть затруднительным в условиях использования малопроизводительного аппаратного обеспечения. В работе исследуется вопрос организации хранения результатов промежуточных вычислений при планировании траектории с помощью алгоритма  $A^*$  для повышения его быстродействия. Предлагаются различные варианты реализации алгоритма, приводятся результаты экспериментального исследования.<sup>1</sup>

**Ключевые слова:** планирование траектории,  $A^*$ , эвристический поиск.

### Введение

Для повышения автономности беспилотных транспортных средств необходима разработка интеллектуальных систем управления, важным компонентом которых является модуль автоматического планирования траектории [Макаров и др., 2015]. Зачастую планирование траектории сводится к поиску пути на графе, вершины которого соответствуют некоторым положениям объекта в пространстве, а ребра – простейшим траекториям между ними. Для решения задачи в такой постановке зачастую используются эвристические алгоритмы семейства  $A^*$  [Hart et al., 1968] такие как  $\Theta^*$  [Daniel et al., 2010], LIAN [Yakovlev, 2015] и др. Многие алгоритмы этого семейства обладают важными теоретическими

---

<sup>1</sup> Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (проекты №№ 17-07-00281, 18-37-20032)

свойствами (полнота и оптимальность), но на практике важна также скорость работы, особенно – в контексте применения на маломощных вычислителях, широко используемых в мобильной робототехнике, таких как, например, Raspberry Pi [Андрейчук и др., 2016]. Таким образом, актуальной является задача повышения быстродействия алгоритмов планирования за счет оптимизаций при их реализации. Именно этой проблеме и посвящена настоящая работа.

Для обеспечения корректного функционирования алгоритмам эвристического поиска семейства  $A^*$  требуется хранить большой объем результатов промежуточных вычислений и обеспечивать быстрый поиск элементов, при этом индексация по фиксированному ключу невозможна, т.к. в различных ситуациях требуется поиск по различным характеристикам. Таким образом, для определения наиболее эффективного (с точки зрения быстродействия) способа организации хранения данных необходимо: а) программно реализовать несколько вариантов метода, совпадающих алгоритмически, но отличающихся используемыми структурами хранения данных (контейнерами); б) провести экспериментальное исследование полученных реализаций. Именно эти задачи и были решены в ходе данной работы.

## 1 Постановка задачи планирования

Рассмотрим задачу планирования траектории мобильного робота на плоскости как задачу поиска пути на графе особой структуры – графе регулярной декомпозиции, метрическом топологическом графе (ГРД/МТ-граф) [Яковлев и др., 2013]. Этот граф может быть представлен в виде матрицы меток «0» и «1» («свободно», «заблокировано») или таблицы, состоящей из заблокированных (непроходимых) и свободных (проходимых) ячеек квадратной формы. Упомянутая таблица получается наложением регулярной сетки на рабочую область робота и закрашиванием тех ячеек, в которых содержится хотя бы одна непроходимая для робота точка. Центры ячеек – вершины графа. Ребра соответствуют парам смежных проходимых вершин. Вес ребра – евклидово расстояние между вершинами (центрами клеток). Задача состоит в поиске кратчайшего пути на таком графе.

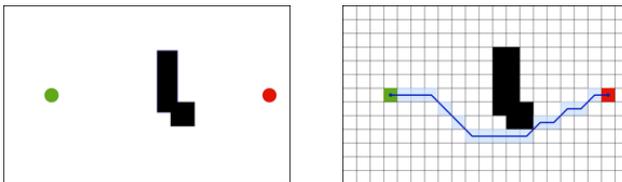


Рис. 1. Пример представления пространства в качестве графа особой структуры

## 2 Алгоритм $A^*$ и вопросы его реализации

Алгоритм  $A^*$  является эвристической модификацией алгоритма Дейкстры [Dijkstra, 1959]. Для поиска пути осуществляется итеративный обход графа, при этом используется эвристика, влияющая на то, какую вершину обрабатывать на очередном шаге. Алгоритм выбирает для обработки вершину минимизирующую функцию  $f(v) = g(v) + h(v)$ , где  $g(v)$  – это вес пути из начальной вершины в вершину  $v$ , известный к текущей итерации, а  $h(v)$  – это оценка веса пути из  $v$  в целевую вершину. С алгоритмической точки зрения можно считать, что  $h$ -значения всех вершин известны (или вычисляются за константное время, которым можно пренебречь).  $g$ -значения, наоборот, изначально неизвестны для всех вершин, кроме начальной, а на уровне псевдокода полагают эти значения равными бесконечности.

После того как на текущей итерации выбрана вершина минимизирующая  $f(v)$ , например  $v'$ , происходит её раскрытие (expansion), в ходе которого производится перебор всех смежных с  $v'$  вершин –  $v''$ , и сравнение  $g(v'')$  и  $g(v') + w(v', v'')$ , где  $w$  – вес соответствующего ребра. Если  $g(v') + w(v', v'')$  меньше, чем  $g(v'')$ , то есть найден более короткий путь к  $v''$ , то, во-первых этот факт фиксируется, а именно  $g(v'')$  полагается равным  $g(v') + w(v', v'')$ , во-вторых для вершины  $v''$  запоминается ссылка на  $v'$ , то есть теперь вершина  $v''$  является родительской для вершины  $v''$ . С использованием этих ссылок происходит восстановление пути после окончания расчёта  $g$ -значений. Это окончание происходит, когда к раскрытию выбирается целевая вершина.

Псевдокод алгоритма  $A^*$  представлен на Рис.2. Предполагается, что для организации обхода графа используются два контейнера – OPEN и CLOSE. OPEN – контейнер, содержащий вершины-кандидаты, из которых выбирается вершина для раскрытия на текущей итерации алгоритма. Изначально это список содержит лишь начальную вершину и пополняется за счет добавления в него вершин, смежных с раскрываемой. CLOSE – контейнер для раскрытых вершин. Заметим, что при использовании эвристики, удовлетворяющей условиям монотонности, не требуется перераскрытие вершин для нахождения кратчайшего пути [Pearl, 1984], таким образом CLOSE может быть использован так, как указано в строке 17 псевдокода: если вершина смежная с раскрываемой содержится в CLOSE, то перерасчёт её  $g$ -значения не требуется (строки 18-20 пропускаются).

**Алгоритм 1 Алгоритм A\***


---

```

1:  $Open := \{\}$ 
2:  $Close := \{\}$ 
3:  $g(v_{start}) := 0$ 
4: for  $v \in V$  do
5:    $g(v) := \inf$ 
6:    $parent(v) := NIL$ 
7: end for
8:  $Open := Open \cup \{v_{start}\}$ 
9: while  $Open \neq \emptyset$  do
10:   $v' = \operatorname{argmin}_{v \in Open} (F(v))$ 
11:   $Open := Open \setminus \{v'\}$ 
12:   $Close := Close \cup \{v'\}$ 
13:  if  $v' = v_{goal}$  then
14:    break
15:  end if
16:  for  $v'' \in \operatorname{successors}(v')$  do
17:    if  $v'' \notin Close$  and  $g(v'') > g(v') + w(v', v'')$  then
18:       $g(v'') := g(v') + w(v', v'')$ 
19:       $parent(v'') := v'$ 
20:       $Open := Open \cup \{v''\}$ 
21:    end if
22:  end for
23: end while
24: if  $v_{goal} \notin Close$  then
25:   print("Path not found")
26: else
27:   GetPathFromParents()
28: end if

```

---

Рис. 2. Псевдокод алгоритма A\*

Указанный на Рис. 2 псевдокод, являясь алгоритмически корректным, опирается на ряд допущений, реализация которых на практике сопряжена с определенными вопросами. Во-первых, строки 4-7 неявно предполагают генерацию структур данных, необходимых для поиска и соответствующих *каждой* вершине графа. Назовём такую структуру Node. Очевидно, что хранение в памяти данных обо всех вершинах графа для конкретной задачи избыточно (часто в процессе поиска рассматривается лишь малый процент от всех вершин). Во-вторых, строка 10 подразумевает поиск Node с минимальным  $f$ -значением среди всех Node, принадлежащих OPEN. На практике это означает, что для быстрого выполнения этого шага необходима индексация OPEN по ключу  $f$ . С другой стороны, в строке 17 неявно подразумевается поиск в OPEN вершины, смежной с текущей раскрываемой. Для быстрого выполнения этого шага необходима индексация по идентификатору вершины. В рассматриваемом случае, когда речь идёт о поиске пути на МТ-графе, этот идентификатор есть пара индексов вершины  $i$  и  $j$  (или их свертка до одного целого числа). Таким образом, на практике к контейнеру OPEN выдвигаются противоречивые требования – с одной стороны быстрый поиск по идентификатору, с другой – быстрый поиск минимума по  $f$ -значению. Псевдокод более приближенный к практической реализации, акцентирующий внимание на указанных вопросах представлен на Рис. 3.

Теперь в процессе выполнения граф поиска (множество структур Node, соответствующих всем вершинам исходного графа) не хранится целиком в оперативной памяти, и новые элементы пространства поиска, Node, генерируются по мере надобности. Каждый элемент инкапсулирует идентификатор вершины (координаты клетки МТ-графа), её  $h$ -значение,  $g$ -значение, индексы вершины  $i$  и  $j$ , а также ссылку на родительскую вершину (parent). Операции поиска/добавления в OPEN и CLOSE теперь прописаны явно.

---

**Алгоритм 3** Алгоритм  $A^*$  (модификация)

---

```

1: Open := new OpenStructure()
2: Close := new CloseStructure()
3:  $N_{start}$  := new Node( $v_{start}$ )
4:  $N_{goal}$  := new Node( $v_{goal}$ )
5:  $N_{start}.g := 0$ 
6: Open.AddOrUpdate( $N_{start}$ )
7: while Open.Size  $\neq 0$  do
8:    $N^i =$  Open.GetOptimal()
9:   Close.Add( $N^i$ )
10:  if  $N^i = N_{goal}$  then
11:    return GetPathFromParents()
12:  end if
13:  for  $N^n$  in  $N^i$ .GetSuccessors() do
14:    if not Close.Contain( $N^n$ ) then
15:       $N^n.g := N^i.g + w(N^i, N^n)$ 
16:       $N^n.parent() := N^i$ 
17:      Open.AddOrUpdate( $N^n$ )
18:    end if
19:  end for
20: end while
21: return PathNotFound()

```

---

Рис. 3. Псевдокод, описывающий программную реализацию алгоритма  $A^*$

Таким образом, при практической реализации алгоритма  $A^*$  (или *любого* другого алгоритма этого семейства) возникает важный вопрос – каким образом организовать хранение и упорядочивание элементов поиска (Node) в OPEN и CLOSE? От CLOSE требуется лишь быстрый поиск по идентификатору, то есть для программной реализации можно однозначно рекомендовать использование хэш-таблицы, вставка и поиск по которой осуществляются за  $O(1)$ . Требования же к контейнеру OPEN, как было сказано, противоречивы. С одной стороны необходим быстрый поиск минимума по  $f$  (строка 8), с другой – быстрый поиск по идентификатору для добавления/обновления (строка 17). Удовлетворить обеим требованиям одновременно невозможно, поэтому предлагается реализовать OPEN с использованием различных контейнеров данных и провести экспериментальное исследование.

Рассмотрим подробнее контейнеры, которые были выбраны для сравнения.

Линейный список (*list*) – структура, хранящая упорядоченный набор данных с последовательным доступом к элементам. Хранение вершин в списке было реализовано двумя способами: с сохранением дубликатов (т.е. вершин с совпадающими индексами  $i$  и  $j$ ) и без сохранения (*w/ duplicates* и *w/o duplicates* соответственно). Хранение дубликатов не влияет на теоретические свойства алгоритма, но, очевидно, ускоряет добавление элемента (поиск по идентификатору вершины просто не производится). Для быстрого нахождения вершины с минимальным  $f$ -значением, элементы списка упорядочены по нему. При совпадении  $f$ -значений вершин дальнейшее упорядочивание производилось по  $g$ -значению, индексу  $i$ , индексу  $j$ . Таким образом, можно говорить о составном ключе ( $f, g, i, j$ ), который однозначно задает линейный порядок на множестве элементов поиска. Аналогичная система упорядочивания вершин использовалась и для программных реализаций с другими контейнерами.

Упорядоченное множество (*set*) – структура, хранящая упорядоченный набор данных, которая исключает хранение эквивалентных элементов. Аналогично списку используется в вариантах *w/ duplicates* и *w/o duplicates* (за исключением элементов с полностью ссыпающим набором свойств ( $f, g, i, j$ ), т.к. они будут эквивалентны).

Очередь с приоритетами (*priority queue*) – структура данных, поддерживающая операции добавления нового элемента и нахождения элемента с максимальным приоритетом. Внутреннее устройство этого контейнера не предусматривает доступ к элементам, за исключением элемента с наибольшим приоритетом, а значит невозможно произвести операцию поиска и удаления дубликатов вершин, таким образом очередь с приоритетами реализована только в варианте *w/duplicates*.

Динамический массив (*vector*), элементами которого являются экземпляры вышеописанных контейнеров (например: *vector of lists w/ duplicates*). Индексация массива осуществлялась по  $i$  индексам вершин. То есть каждый элемент массива хранит экземпляры определенного контейнера, в котором содержатся лишь вершины с одинаковым  $i$ . Такая индексация удобна при использовании МТ-графов, т.к. значение  $i$  меняется от 0 до заранее известного предела (высоты карты в клетках). Благодаря такой организации, скорость доступа к вершинам по идентификатору существенно повышалась, но несколько замедлялся поиск элемента с наименьшим  $f$ .

Таким образом, для дальнейших исследований была подготовлена реализация алгоритма  $A^*$ , с возможностью выбора одного из 10 вышеописанных контейнеров.

### 3 Экспериментальное исследование

Для проведения экспериментальных исследований алгоритм  $A^*$  был реализован на языке C++ в соответствие с указанным псевдокодом (см. рис. 2). В качестве контейнеров OPEN были использованы реализации выбранных структур из библиотеки стандартных шаблонов (STL) C++. Эксперименты проводились на двух типах карт – синтетических (пустых, искусственно сгенерированных, с изменяющимся размером) и реальных (взятых из открытых коллекций данных или построенных по реальным картам городской местности). Исследование с использованием синтетических карт производилось на компьютере на базе Intel Core i7-3615QM @2.3 ГГц, 8 Гб ОЗУ под управлением Windows 10 (64-bit). Тестирование на реальных картах производилось на компьютере с Windows 7 (32-bit) на базе Intel Core 2 Duo Q8300 @2.5Ghz, 2 Гб ОЗУ. Исходный код реализации алгоритма доступен на <https://github.com/PathPlanning/AStar-DCO>.

#### 3.1. Тестирование на синтетических картах

Для проведения экспериментальных исследований генерировались пустые карты разного размера с стартом и финишем расположенными в диагонально противоположенных углах карты. Размер карт менялся от  $5000 \times 5000^2$  до  $20\,000 \times 20\,000$  с шагом в 100 единиц. При подобном подходе количество итераций алгоритма, требуемых для выполнения задания, растет линейно. На каждой итерации при этом проверяется одно и тоже число смежных вершин, т.к. отсутствуют препятствия. Таким образом, такой подход позволяет линейно увеличивать сложность заданий, т.к. общее время выполнения зависит в основном от времени, которое требуется на работу с контейнером OPEN (добавление, поиск по идентификатору, поиски минимума по  $f$ -значению).

Одиночный эксперимент состоял в запуске алгоритма  $A^*$  с различными реализациями контейнера OPEN для отдельного задания. Поскольку на время выполнения оказывают влияние процессы, запущенные на ЭВМ параллельно этой задаче, одно и тоже задание для каждого контейнера запускалось 5 раз, а потом бралось среднее арифметическое времени выполнения нескольких запусков. График, демонстрирующий зависимость этих времен от типа используемого контейнера OPEN приведен ниже (Рис. 4).

---

<sup>2</sup> Для карт с размером менее  $5\,000 \times 5\,000$  время работы алгоритма было меньше  $10^{-3}$  и не поддавалось точному измерению, поэтому такие задания не рассматривались.

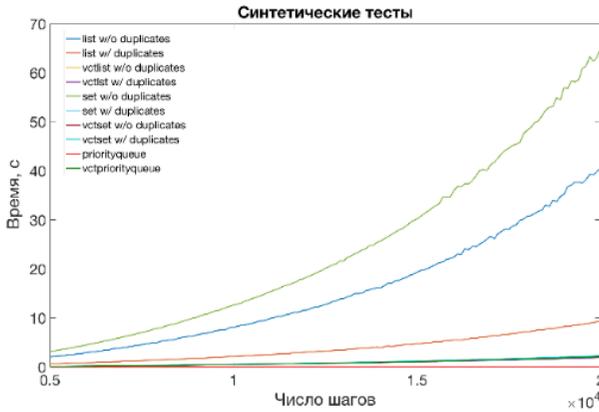


Рис. 4. График зависимости времени выполнения теста от количества шагов для всех контейнеров

Можно видеть, что наименьшее быстродействие показывают контейнеры: set без дубликатов, list без дубликатов и list с дубликатами. Для контейнеров с большим быстродействием был построен следующий график (Рис. 5). На нем видно, что priority queue и set с дубликатами лидируют по быстродействию. Следующими по скорости являются векторы list с дубликатами и без дубликатов. Их результаты почти полностью совпадают, но заметно отстают от set с дубликатами и priority queue.

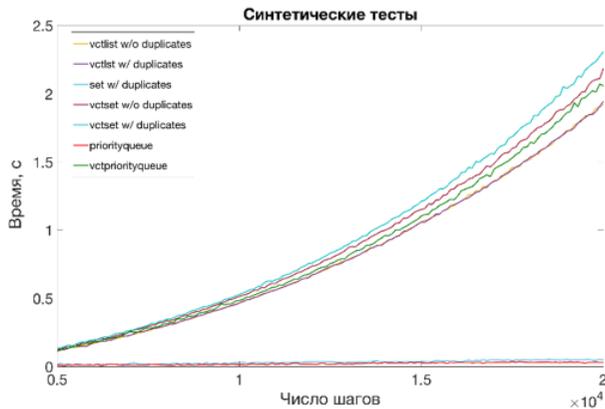


Рис. 5. График зависимости времени выполнения теста от количества шагов для 7 первых контейнеров

### 3.2 Тестирование на реальных картах

Во второй части эксперимента были использованы три набора из 36, 75 и 100 карт соответственно. Первые два набора – Warcraft и Baldur’s Gate – состоят из карт размером 512 на 512 ячеек, использующихся в игровой индустрии [Sturtevant, 2012]. Для них существуют банк заданий, для каждого из которых известна длина кратчайшего пути. Задания для каждой карты были отсортированы по этой длине и было выбрано по 100 заданий с самыми длинными путями. Третий набор состоял из фрагментов карты Москвы, полученных из открытой гео-информационной базы данных OpenStreetMaps ([www.openstreetmap.org](http://www.openstreetmap.org)) размером 501 на 501 ячейку. Меняя расположение ячеек начала и конца пути для каждого фрагмента было составлено по 100 различных заданий. Ячейки начала и конца выбирались таким образом, чтобы они располагались на противоположенных сторонах карты с отступом 10 ячеек от края. Стороны карты и неопределенные координаты выбирались случайным образом. Для каждого задания было проведено по 6 запусков реализации алгоритма и было взято среднее значение времени выполнения.

При анализе результатов было обнаружено, что использование различных контейнеров по-разному влияет на быстродействие алгоритма в зависимости от числа итераций основного цикла. Так, усредняя по всем заданиям получается график, представленный на рис. 7, а при усреднении по заданиям, для решения которых требуется 4 000 шагов и менее, получается результаты представлены на рис. 6. Основное отличие в том, что для таких заданий варьируется время работы для «средних» контейнеров (т.е. не самых быстрых и не самых медленных) в зависимости от набора карт. При усреднении по всем заданиям картина более однородная.

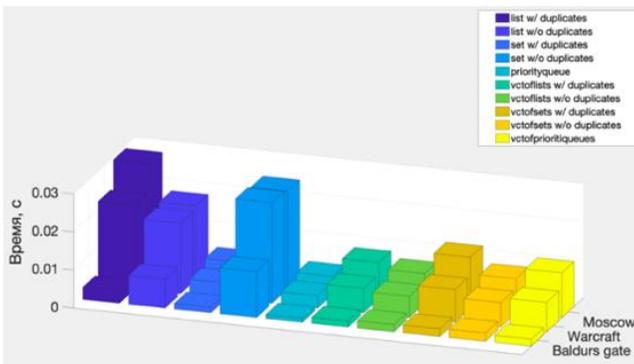


Рис. 6. Среднее время работа на заданиях с малым (<4 000) числом шагов.

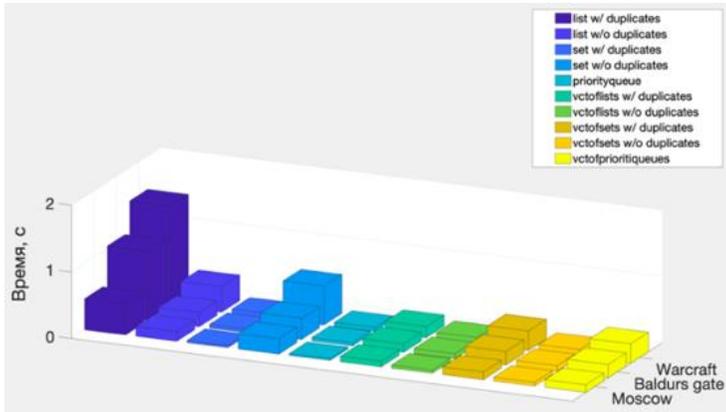


Рис. 7. Время работы, усредненное по всем заданиям.

### 3.3 Выводы

По результатам экспериментального исследования можно сделать следующие выводы. Во-первых, использование различных контейнеров существенно влияет на производительность (скорость работы) алгоритма. Таким образом, очень важно с практической точки зрения использовать подходящие контейнеры данных при реализации алгоритма планирования. Во-вторых, контейнеры с дубликатами всегда быстрее, чем контейнеры без них. Однако, очевидно, что их использование ведёт к дополнительным затратам памяти. Поэтому в приложениях, где критична как скорость работы, так и затраты памяти, рекомендуется использовать вектор списков или вектор множеств.

### Заключение

В работе был рассмотрен ряд вопросов, касающихся практической реализации алгоритмов эвристического поиска семейства  $A^*$ , обычно используемых в мобильной робототехнике для планирования траектории. Основное внимание было уделено вопросу выбора программного контейнера для хранения результатов промежуточных вычислений. Была продемонстрирована критическая зависимость быстродействия алгоритма от выбранного способа хранения (контейнера). В результате проведения масштабных экспериментальных исследований различных контейнеров даны рекомендации по их использованию для создания высокоэффективных (в смысле скорости работы) реализация алгоритмов планирования.

## Список литературы

- [**Андрейчук и др., 2016**] Андрейчук А. А. Боковой А. В. Яковлев К. С. Оценка быстродействия некоторых алгоритмов планирования траектории на широко используемой в робототехнике платформе Raspberry PI // Экстремальная робототехника – 2016 – №1 – С. 184-189.
- [**Макаров и др., 2015**] Макаров Д.А., Панов А.И., Яковлев К.С. Архитектура многоуровневой интеллектуальной системы управления беспилотными летательными аппаратами // Искусственный интеллект и принятие решений, 3, 2015. С.18-32.
- [**Яковлев и др., 2013**] Яковлев К.С., Баскин Е.С. Графовые модели в задаче планирования траектории на плоскости // искусственный интеллект и принятие решений, 1, 2013. С.5-12.
- [**Daniel et al., 2010**] Daniel, K., Nash, A., Koenig, S., and Felner, A. Theta\*: Any-angle path planning on grids. *Journal of Artificial Intelligence Research*. 2010. No 39, P.533-579.
- [**Dijkstra, 1959**] Dijkstra, E.W. A note on two problems in connexion with graphs. *Numerische Mathematik* 1(1), 1959. Pp 269–271.
- [**Hart et al., 1968**] Hart, P. E., Nilsson, N. J., and Raphael, B. A formal basis for the heuristic determination of minimum cost paths. *IEEE transactions on Systems Science and Cybernetics*. 1968. No 4(2), P.100-107.
- [**Pearl, 1984**] Pearl J. *Heuristics: Intelligent Search Strategies for Computer Problem Solving*. Addison-Wesley, 1984
- [**Sturtevant, 2012**] Sturtevant N. R. Benchmarks for grid-based pathfinding //IEEE Transactions on Computational Intelligence and AI in Games. – 2012. – V. 4. – №. 2. – pp. 144-148.
- [**Yakovlev, 2015**] Konstantin Yakovlev, Egor Baskin, and Ivan Hramoin. Grid-based angle-constrained path planning. In *Proceedings of The 38th Annual German Conference on Artificial Intelligence (KI'2015)*, pages 208-221, 2015. Springer International Publishing.