

УДК 531.1

МОДЕЛЬ, БАЗОВЫЕ ТРАЕКТОРИИ, НЕЙРОКОНТРОЛЛЕР ДЛЯ МУЛЬТИРОТОРНОГО РОБОТА

В.Е. Павловский (*vlpavl@mail.ru*)
ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, Москва

А.В. Савицкий (*as@ttorr.ru*)
МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва

В данной работе построена теоретико-механическая модель мультироторного робота – квадрокоптера с учетом основных механических эффектов. Были изучены базовые траектории движения, в том числе взлёт-посадка и полет по прямой. Проведено численное моделирование. На основании проведенных расчетов строится нейроконтроллер для квадрокоптера.

Введение

В течение последних лет тема беспилотных летательных аппаратов (БПЛА) получает все большее распространение. Особый интерес вызывают мультикоптерные роботы - устройства, приводимые в движение роторами (как правило, их количество – от 1 до 8). Случай одного ротора – это вертолет, четырех – квадрокоптер – объект внимания данной работы.

Целью настоящей работы является изучение динамики мультироторного летательного аппарата, построение базовых алгоритмов управления и численное моделирование. На основании моделирования строится нейроконтроллер для квадрокоптера. Одно из его назначений – преодоление проблемы дефицита управлений, т.к. квадрокоптер это система с их недостатком, система имеет (в полете) 6 степеней свободы и только 4 управления, которыми являются скорости вращения винтов.

1. Описание модели

В качестве квадрокоптера рассмотрим плоское твердое тело, состоящее из корпуса и четырех пропеллеров (рис. 1). Корпусом будем считать два перпендикулярных стержня длины $2l$, пересекающихся в центрах A . Центр масс квадрокоптера массы m находится в точке A .

Четыре пропеллера закреплены в точках C_1, C_2, C_3, C_4 на расстоянии l от точки A .

Пусть $\{Oxyz\}$ - правая инерциальная система координат, причем Oz соответствует вертикальному направлению. Положение центра масс тела определяется вектором $\zeta=(x, y, z)$. Пусть $\{Ae_1e_2e_3\}$ - правая система координат, жестко связанная с квадрокоптером. Выберем ось Oe_1 по направлению одной из "рук" летательного аппарата, ось Oe_2 - по направлению другой "руки".

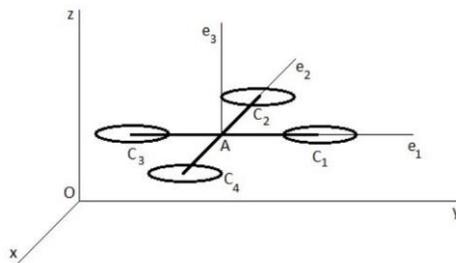


Рис.1. Концептуальная модель квадрокоптера.

1.1. Основные предположения

1) Из-за высокой угловой скорости лопастей несущих винтов будем рассматривать их как диски, а не как отдельные вращающиеся лопасти. Эти диски называются дисками несущего винта.

2) Будем рассматривать только умеренные маневры. Следовательно, мы пренебрегаем упругостью лопастей несущего винта, а диск несущего винта считается бесконечно жестким и бесконечно тонким. Диск все время вращается в плоскости, перпендикулярной оси Oe_3 .

3) Подъемная сила каждого диска создает силу поступательного движения u_i , приложенную в точке C_i и все время направленную вдоль оси Oe_3 .

4) Управление ориентацией задается с помощью трех независимых вращающих моментов $\{\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3\}$ вокруг каждой из трех осей системы координат $\{Ae_1e_2e_3\}$. Эти вращающие моменты приложены непосредственно к корпусу и не порождают никаких сил поступательного движения, связанных с вторичными аэродинамическими эффектами или упругостью лопастей несущих винтов.

5) Полагая, что линейная скорость квадрокоптера и его собственные вращения существенно меньше скорости вращения винтов, будем считать, что воздух оказывает сопротивление только на лопасти несущих винтов, создавая тем самым вращательные моменты трения.

6) Векторы угловых скоростей винтов, расположенных в точках C_1 и C_3 , сонаправлены вектору e_3 , другие два – противоположны.

1.2. Вычисление Лагранжиана

Ориентация корпуса квадрокоптера задается с помощью трех углов Крылова $v = (\varphi, \psi, \theta)$.

Соответствующую матрицу в неподвижной системе координат обозначим за R .

Кроме того, чтобы учесть динамику несущих винтов, введем углы поворота лопастей $\dot{\gamma}_1, \dot{\gamma}_2, \dot{\gamma}_3$, и $\dot{\gamma}_4$. От них будут зависеть управляющие моменты.

Таким образом, обобщенные координаты для квадрокоптера имеют вид: $q = (x, y, z, \varphi, \psi, \theta)$.

Обозначим за I_A - момент инерции корпуса относительно точки A , выраженный в подвижной системе координат; Ω_A - угловая скорость корпуса в той же системе координат.

Кинетическая энергия поступательного движения квадрокоптера задается по формуле:

$$T_{trans} = \frac{m}{2} (\dot{\xi}, \dot{\xi})$$

Кинетическая энергия вращения корпуса:

$$T_{rotA} = \frac{1}{2} (\Omega_A, I_A \Omega_A)$$

где $I_A = \text{diag}(I^A_1, I^A_2, I^A_3)$, причем в силу симметрии $I^A_1 = I^A_2$.

В силу Предположения 2 угловая скорость лопастей в подвижной системе координат выражается по формуле:

$$\Omega_{C_i} = \Omega_A + (-1)^{i+1} \dot{\gamma}_i e_3$$

Предположим, что несущие винты в процессе собственного вращения образуют диск с центром масс в точке C_i и диагональным тензором инерции I_C в подвижной системе координат: $I_C = \text{diag}(I^C_1, I^C_2, I^C_3)$, причем в силу симметрии $I^C_1 = I^C_2$.

Таким образом, суммарная кинетическая энергия квадрокоптера выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} T_{rotA} &= \frac{1}{2} (\Omega_A, I_A \Omega_A) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 (\Omega_{C_i}, I_C \Omega_{C_i}) = \\ &= \frac{1}{2} (\Omega_A, (I_A + 4I_C) \Omega_A) + \frac{1}{2} I^C_3 (\dot{\gamma}_1^2 + \dot{\gamma}_2^2 + \dot{\gamma}_3^2 + \dot{\gamma}_4^2) + \\ &+ (\dot{\gamma}_1 - \dot{\gamma}_2 + \dot{\gamma}_3 - \dot{\gamma}_4) (\Omega_A, I_C e_3) \end{aligned}$$

Единственная потенциальная энергия, которая будет учтена - энергия силы тяжести: $U = mgz$.

Угловая скорость в подвижной системе координат имеет следующий вид:

$$\Omega_A = \begin{pmatrix} \dot{\theta} - \dot{\varphi} \sin \psi \\ \dot{\psi} \cos \theta + \dot{\varphi} \cos \psi \sin \theta \\ \dot{\varphi} \cos \psi \cos \theta - \dot{\psi} \sin \theta \end{pmatrix}$$

Положим по определению:

$$W_v := \begin{pmatrix} -\sin \psi & 0 & 1 \\ \cos \psi \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ \cos \psi \cos \theta & -\sin \theta & 0 \end{pmatrix}$$

Тогда:

$$\dot{v} := \begin{pmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\psi} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} = W_v^{-1} \begin{pmatrix} \dot{\theta} - \dot{\varphi} \sin \psi \\ \dot{\psi} \cos \theta + \dot{\varphi} \cos \psi \sin \theta \\ \dot{\varphi} \cos \psi \cos \theta - \dot{\psi} \sin \theta \end{pmatrix}$$

Заметим, что $\det W_v = -\cos \psi$, то есть кинематическое преобразование будет невырожденным для всех ориентаций за исключением тех, у которых $\psi = \pi/2 + \pi k$.

Полная функция Лагранжа имеет вид:

$$L(q, \dot{q}) = T_{trans} + T_{rot} - U$$

1.3. Обобщенные силы

В соответствии с Предположением 3 существует четыре силы поступательного движения, и все они направлены вдоль оси e_3 . Следовательно, направление силы поступательного движения, приложенной к корпусу, определяется его ориентацией. В инерциальной системе координат направление силы тяги задается вектором: $G(\eta) = R e_3$.

Поэтому суммарную силу тяги, рассматриваемую в качестве управления, можно выразить в инерциальной системе отсчета следующим образом:

$$F_{\xi} = (u_1 + u_2 + u_3 + u_4) R e_3 = \begin{pmatrix} (u_1 + u_2 + u_3 + u_4)(\cos \varphi \sin \psi \cos \theta + \sin \varphi \sin \theta) \\ (u_1 + u_2 + u_3 + u_4)(\sin \varphi \sin \psi \cos \theta - \cos \varphi \sin \theta) \\ (u_1 + u_2 + u_3 + u_4) \cos \varphi \cos \theta \end{pmatrix}$$

Три вращательных момента из Предположения 4, являющиеся управлениями, имеют следующие выражения в подвижной системе координат:

$$\begin{aligned}\Gamma_1 &= (u_2 - u_4)le_1, \\ \Gamma_2 &= (u_3 - u_1)le_2, \\ \Gamma_3 &= (M_1 + M_2 + M_3 + M_4)e_3,\end{aligned}$$

где M_i – момент сопротивления i -того винта.

В итоге, обобщенные силы, зависящие от переменных v , имеют вид:

$$\tau^0 := \begin{pmatrix} \tau_\varphi \\ \tau_\psi \\ \tau_\theta \end{pmatrix} = W_v^{-1} \begin{pmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \\ \Gamma_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\sin \theta}{\cos \psi} (u_3 - u_1)l + \frac{\cos \theta}{\cos \psi} M \\ \cos \theta (u_3 - u_1)l + \sin \theta M \\ (u_2 - u_4)l + tg\psi (\sin \theta l (u_3 - u_1) + \cos \theta M) \end{pmatrix}$$

1.4. Модель подъемной силы и момента несущего винта

В основе составления модели подъемной силы и момента несущего винта была положена статья [Avila Vilchis, 2003], в которой изучен вертолет, установленный на экспериментальной платформе. Рассматривая малый элемент лопасти, имеем следующие выражения для аэродинамической силы и момента:

$$\begin{aligned}u_i &= \frac{\rho p c a V R^2}{4} \dot{\gamma}_i V \\ M_i &= \frac{\rho p c a R^4 c_d \dot{\gamma}_i^2}{8}\end{aligned}$$

ρ - плотность воздуха, p - количество винтов, c - ширина лопасти, a - угловой коэффициент кривой подъема, R - радиус диска винта, V - индуцированная скорость парения, c_d - коэффициент сопротивления.

Введем дополнительные обозначения:

$$k_1 = \frac{\rho p c a V R^2}{4}, \quad k_2 = \frac{\rho p c c_d V R^4}{8},$$

тогда:

$$u_i = (-1)^{i+1} k_1 \dot{\gamma}_i \quad \text{и} \quad M_i = (-1)^i k_2 \dot{\gamma}_i^2.$$

1.5. Уравнения Лагранжа

Для начала введем обозначения: $A = I_1^a + 4I_1^c$, $D = I_3^a + 4I_3^c$.

Уравнения Лагранжа:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial L}{\partial q} = Q$$

где Q – обобщенные силы,

$$L(q, \dot{q}) = T_{trans} + T_{rot} - U =$$

$$= \frac{1}{2} A (\dot{\theta}^2 + \dot{\varphi}^2 \sin^2 \psi - 2\dot{\varphi}\dot{\theta} \sin \psi + \dot{\psi}^2 \cos^2 \theta + \dot{\varphi}^2 \cos^2 \psi \sin^2 \theta + 2\dot{\varphi}\dot{\psi} \cos \theta \sin \theta \cos \psi) + \\ + \frac{1}{2} D (\dot{\psi}^2 \sin^2 \theta + \dot{\varphi}^2 \cos^2 \psi \cos^2 \theta - 2\dot{\varphi}\dot{\psi} \cos \theta \sin \theta \cos \psi) + \frac{1}{2} I_2^c (\dot{\gamma}_1^2 + \dot{\gamma}_2^2 + \dot{\gamma}_3^2 + \dot{\gamma}_4^2) \\ - I_3^c (\dot{\gamma}_1 - \dot{\gamma}_2 + \dot{\gamma}_3 - \dot{\gamma}_4) (\dot{\varphi} \cos \psi \cos \theta - \dot{\psi} \sin \theta)$$

Стоит отметить, что полученную систему 6-ти дифференциальных уравнений второго порядка можно представить в виде $K\ddot{q} = M$, где K - симметричная матрица с определителем $A^2 D \cos 2\psi$, M - правая часть уравнений.

2. Моделирование и алгоритмы управления

Численное интегрирование полученной системы уравнений осуществлялось с помощью программы MATLAB R2013a. Был рассмотрен квадрокоптер массой 1 кг, с геометрическими параметрами $l = 0,4$ м, длина лопасти – 0,05 м, ширина – 0,01 м.

2.1. Взлёт-посадка

В качестве одной из базовых траекторий рассмотрим вертикальный взлёт и посадку, в этом случае угловые скорости всех четырех винтов совпадают и равны ω . Выберем управление таким образом, чтобы $z(t)$ и $\omega(t)$ были гладкими непрерывными функциями. Результирующее решение приведено на рис.2.

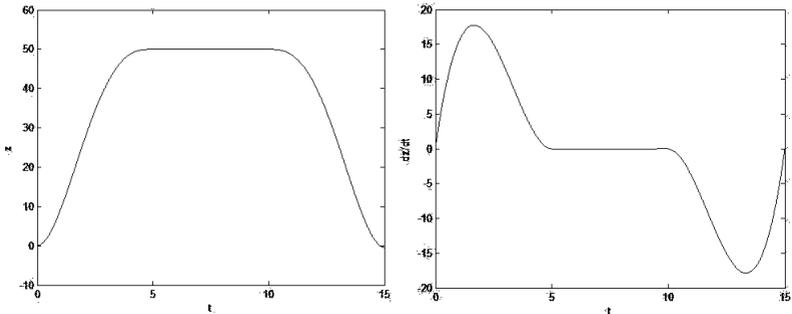


Рис.2. График зависимости высоты и абсолютной скорости от времени при взлете-посадке.

Для его реализации управление разделено на 3 этапа:

- 1) при $0 \leq t < 5$ $\omega(t)$ меняется по квадратичному закону, происходит набор высоты;
- 2) при $5 \leq t < 10$ $\omega = gm / 4k_1 = 37.73$ рад/с квадрокоптер зависает на высоте $h = 50$ м;
- 3) при $10 \leq t < 15$ $\omega(t)$ меняется по аналогичному квадратичному закону, происходит посадка.

Отметим, что на интервале $0 \leq t < 5$ координата $z(t)$ являлась функцией четвертой степени от t .

2.2. Полет по горизонтальной прямой

Одним из вариантов осуществления полета по прямой является движение квадрокоптера в плоскости Ozy при некотором фиксированном угле крена θ . Был рассмотрен случай $\theta = -0.216935$. Заметим, что при этом при дальности полета порядка 700 м высота изменилась всего на 2 мм (в идеальном смоделированном случае).

3. Нейросетевой контроллер

В задачах для систем с дефицитом управлений, некоторые из которых рассмотрены в книге [Фантони, 2013], управление строится исходя из свойств пассивности системы с использованием энергетического метода. В данном разделе предложим нейросетевой метод синтеза управления. Он, в частности, позволяет преодолеть проблему указанного дефицита.

3.1. Алгоритм синтеза управления

На основе результатов численного моделирования формируется обучающая выборка, которая покрывает пространство возможных движений. Далее в этом пространстве сеть проходит обучение, вычисляются необходимые весовые коэффициенты, после чего сеть используется для синтеза управлений. Рассмотрены 2 основных варианта. В первом использовались линейные датчики положений и углов аппарата (по данным навигационной аппаратуры), во втором – датчики ускорений по шести осям аппарата. В этом случае реализована композитная (гибридная) сеть, изображенная на рис.3. Первые пары блоков 1-6 этой сети образуют рекуррентную сеть типа сети Джордана для вычисления положений по ускорениям (фактически, для двойного интегрирования ускорений), завершающий 7-й блок, это трехслойная сеть для окончательного расчета управлений.

Проведенное моделирование показало достаточно эффективную работоспособность этой схемы.

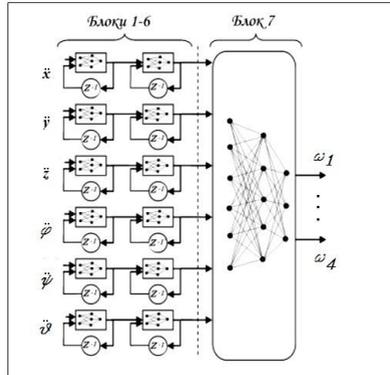


Рис.3. Композитная нейросеть для синтеза управлений по датчикам ускорений.

4. Заключение

Построена модель квадрокоптера с четырьмя управлениями $\dot{\gamma}_1$, $\dot{\gamma}_2$, $\dot{\gamma}_3$, $\dot{\gamma}_4$ и шестью степенями свободы x , y , z , φ , ψ , θ , учитывающая сопротивление воздуха через воздействие его на вращение лопастей. С помощью численного моделирования изучены такие базовые траектории как взлет-посадка и полет по прямой. Предложен метод синтеза управления на основе нейросетевого регулятора.

Список литературы

- [Фантони, 2013] И. Фантони, Р. Лозано. Нелинейное управление механическими системами с дефицитом управляющих воздействий. - Москва-Ижевск: ООО "Компьютерная динамика", 2013, 312 с.
- [Avila Vilchis, 2003] J.C. Avila Vilchis, B. Brogliato, A. Dzulf, R. Lozano, Nonlinear modelling and control of helicopters., Automatica 39, 2003.
- [Bresciani, 2008] Tommaso Bresciani, Modelling, Identification and Control of a Quadrotor Helicopter, Department of Automatic Control, Lund University, October 2008.
- [Hoffmann, 2007] G. M. Hoffmann, H. Huang, S. L. Waslander, and C. J. Tomlin, Quadrotor helicopter flight dynamics and control: Theory and experiment, Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit, Aug. 2007, 1-20.
- [Prouty, 1995] Prouty R.W. Helicopter Performance, Stability, and Control. Krieger Publishing Company, 1995.